

# IL MOVIMENTO

Spazio e tempo

Spostamento

Legge oraria

Velocita'

Moto uniforme

Accelerazione

Moto uniformemente accelerato

Esempi di moti in 2-D



# Spazio e tempo

Ingredienti fondamentali:

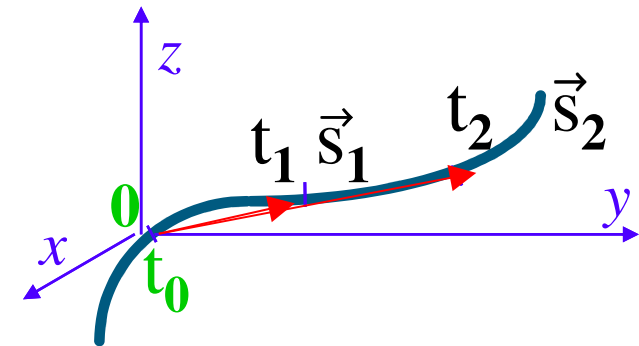
Distanza → variazione di lunghezza  
(posizione)

Durata → variazione di tempo

rispetto a una situazione iniziale fissa e nota

→ sistema di riferimento

→ condizioni iniziali ("punto di partenza")



Lo spostamento è un fenomeno non istantaneo:  
il tempo è un parametro fondamentale  
e funge da variabile indipendente



# Spostamento

Per una **descrizione completa**:

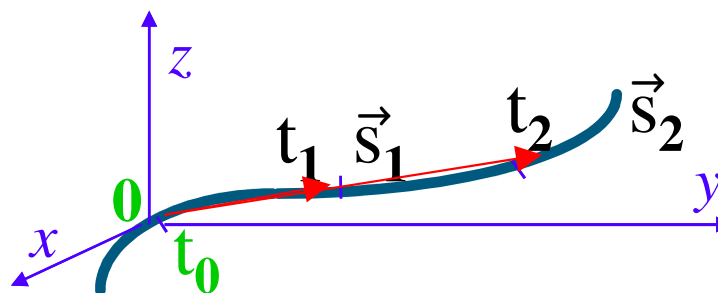
quanta strada si percorre  
quale strada si prende  
verso dove si va  
da dove si parte

→ modulo  
→ direzione  
→ verso  
→ punto appl.

**ETTORE**

$$\vec{s} = \vec{s}(t)$$

**Traiettoria** =  
linea descritta  
dal corpo  
durante il moto



$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{z} &= \mathbf{z}(y) \end{aligned}$$

unità di misura : **metro (SI), centimetro (cgs)**



# Legge oraria

Relazione tra spazio percorso e tempo impiegato

$$s = f(t)$$

$$\Delta s = f(\Delta t)$$

$$t_1 \longrightarrow s_1 = s(t_1)$$

$$t_2 \longrightarrow s_2 = s(t_2)$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = s(t_2) - s(t_1)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

**variazione:**  $a_2 - a_1 = \Delta a$   
(opposta a differenza:  $a_1 - a_2 = -\Delta a$ )

**Moto rettilineo:**

diriz.moto = traiettoria  
descr.moto "media"

**Moto vario**

(circolare, armonico, ...):  
diriz.moto = tangente alla traiettoria  
descr.moto "istantanea"

# Velocità'

velocità =  $\frac{\text{spazio percorso}}{\text{intervallo di tempo}}$

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

$$\frac{m}{s}$$

*definizione*

*formula*

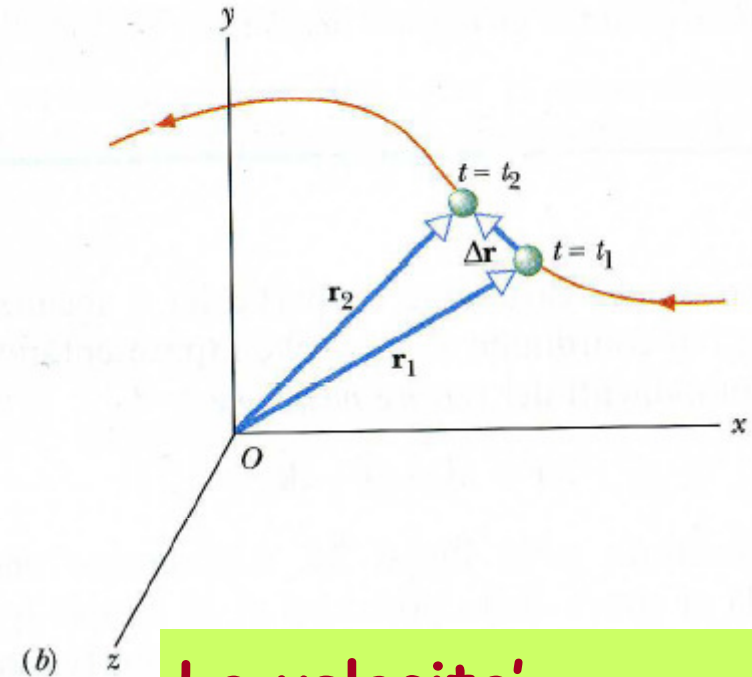
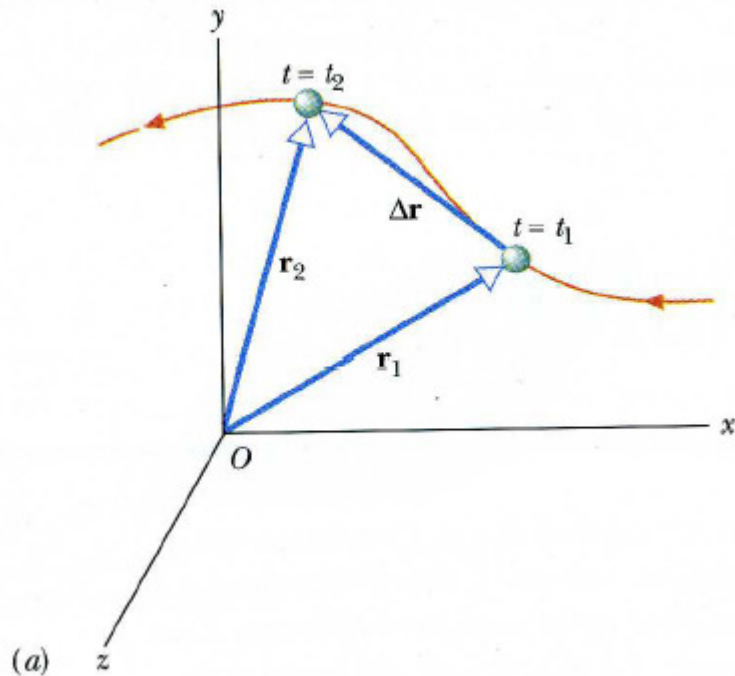
*unità di misura*

Velocità media: 
$$\vec{v}_m = \frac{\vec{s}(t_2) - \vec{s}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{s}_2 - \vec{s}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

SI	cgs	pratico
m/s	cm/s	km/h

$1 \frac{km}{h} = \frac{1000 m}{3600 s} = 0.28 \frac{m}{s}$
$1 \frac{m}{s} = \frac{0.001 km}{1/3600 h} = 3.6 \frac{km}{h}$

## Es. Velocita' istantanea



**Figura 2** (a) Nell'intervallo di tempo  $\Delta t$  tra  $t_1$  e  $t_2$  la particella si muove dalla posizione  $\mathbf{r}_1$  a quella  $\mathbf{r}_2$ . Il suo spostamento in tale intervallo è  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ . (b) Al diminuire dell'intervallo lo spostamento si avvicina al percorso effettivo della particella.

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \text{per } t_2 \text{ tendente a } t_1$$
  
tende a  $\vec{v}(t_1)$  che e' tangente alla traiettoria

La velocità istantanea e' la derivata di  $\vec{r}(t)$  rispetto a  $t$ :  
$$\vec{v}(t) = d\vec{r}/dt$$



# Moto rettilineo (1-D) uniforme

Velocità **costante**:

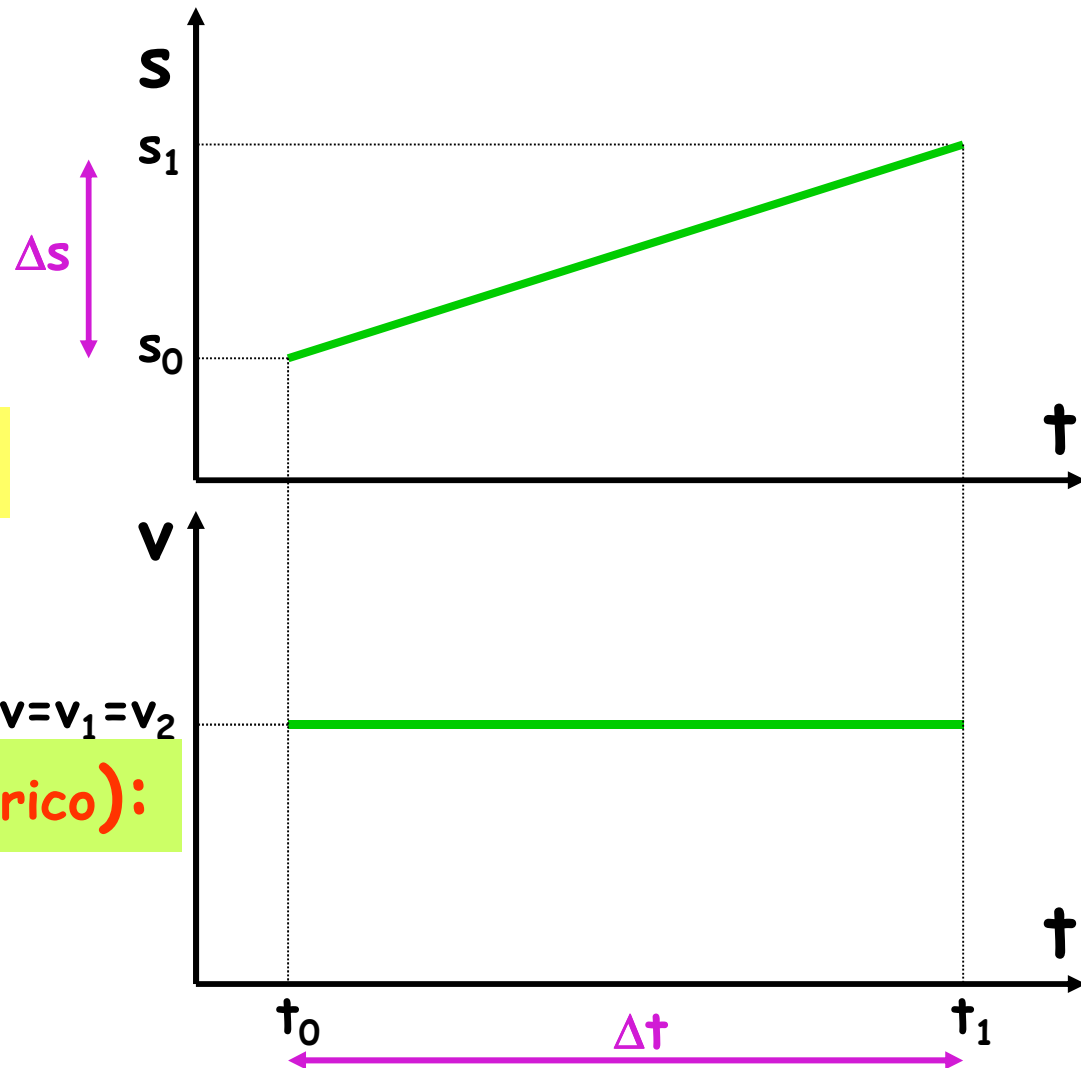
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{s_3 - s_2}{t_3 - t_2} = \dots$$

= **costante**

$$s_1 - s_0 = v \cdot (t_1 - t_0)$$

Legge oraria ( $t_1 = t$  generico):

$$s = v \cdot (t - t_0) + s_0$$



# Accelerazione

accelerazione =  $\frac{\text{variazione di velocità}}{\text{intervallo di tempo}}$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\frac{m}{s^2}$$

**Accelerazione media:**  $\vec{a}_m = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

*Misura la rapidità di variazione della velocità:*

$a > 0$  ( $\Delta v > 0$ )  $\rightarrow$  acceleraz.

$a < 0$  ( $\Delta v < 0$ )  $\rightarrow$  deceleraz. (frenamento)

## Accelerazione istantanea:

In analogia con la velocità istantanea, l'accelerazione istantanea è la derivata di  $\vec{v}(t)$  rispetto a  $t$ :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



## Accelerazione Costante:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$$
$$= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \dots = \text{costante}$$

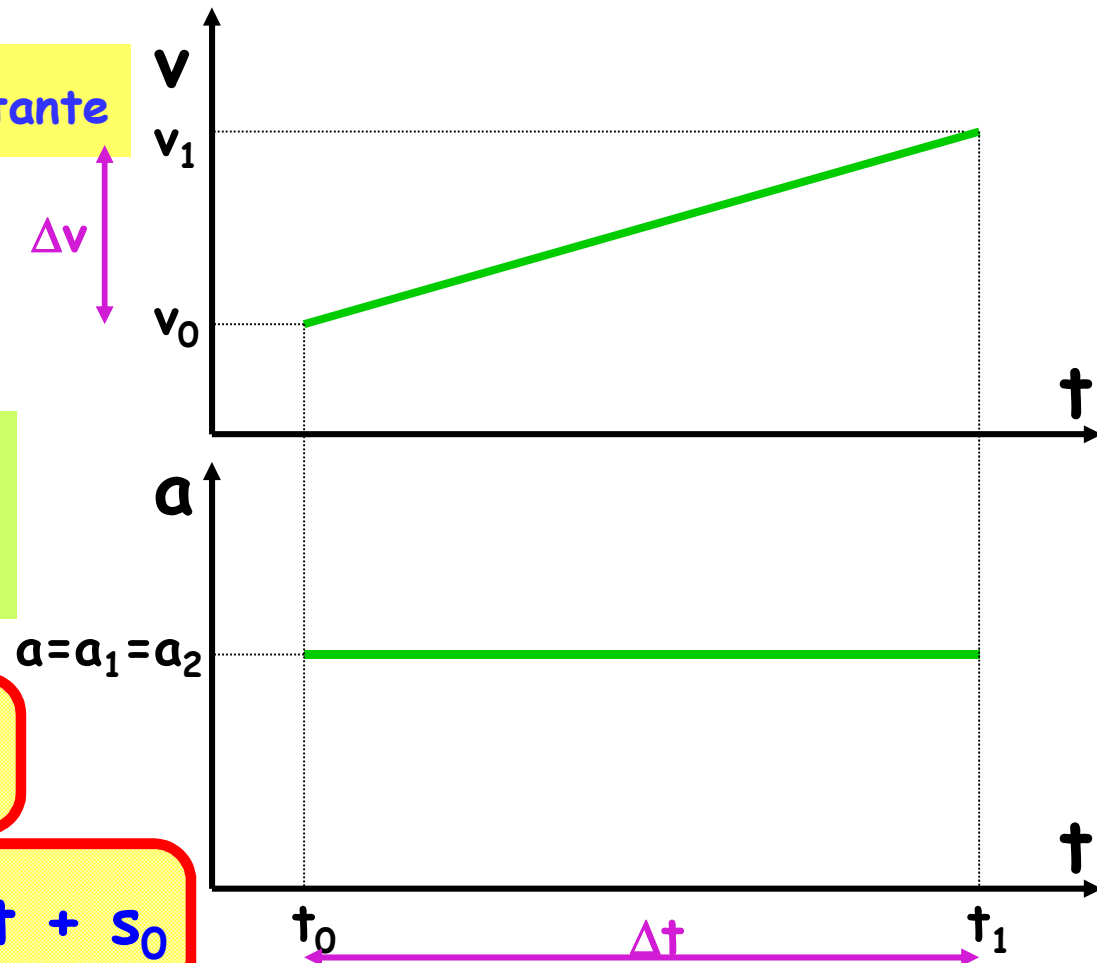
$$v_1 - v_0 = a \cdot (t_1 - t_0)$$

Legge oraria  
( $t_0 = 0$  s,  $t_1 = t$  generico):

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$\Rightarrow s = \frac{1}{2} (v_1 - v_0) \cdot t + v_0 \cdot t + s_0$$

## Moto rettilineo (1-D) uniformemente accelerato



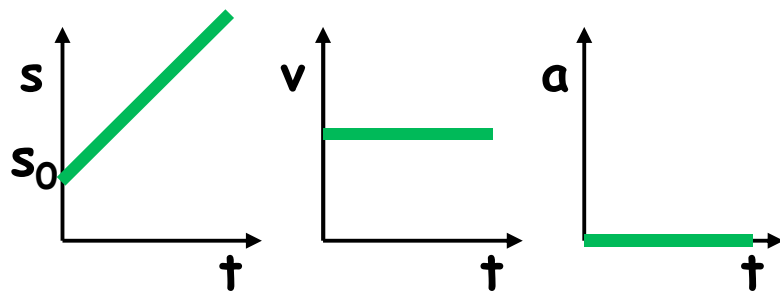
# Moti rettilinei

## UNIFORME

$$s = v \cdot t + s_0$$

$$v = \textit{costante}$$

$$a = 0 \text{ m/s}$$



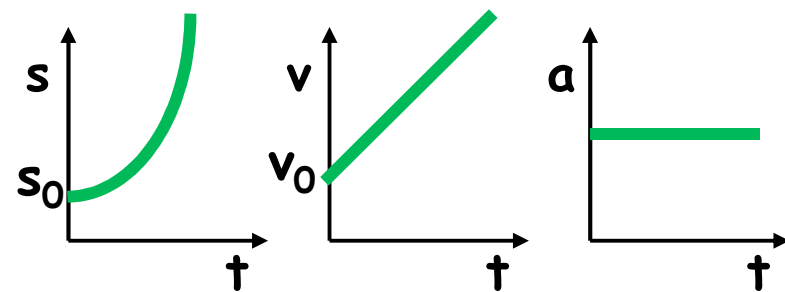
uniforme

## UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$v = a \cdot t + v_0$$

$$a = \textit{costante}$$



uniformemente accelerato



# Moto rettilineo uniformemente accelerato: relazioni cinematiche di base

$$t_0 = 0 \text{ s}, v = v(t), v_0 = v(t_0), s = s(t), s_0 = s(t_0)$$

$$1) v = a \cdot t + v_0$$

$$2) s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

← Legge oraria

$$3) v^2 = 2a \cdot (s - s_0) + v_0^2$$

$$4) s = \frac{1}{2} \cdot (v_0 + v) \cdot t + s_0$$

$$5) s = -\frac{1}{2}a \cdot t^2 + v \cdot t + s_0$$

Si ottengono eliminando la dipendenza da una delle 5 variabili in gioco ( $a, t, v, v_0, s - s_0$ ): note tre variabili, se ne ricava la quarta.



## Moto uniformemente accelerato: esempio

**Esempio 2.1.** Un'automobile accelera da ferma con un'accelerazione costante di  $2.5 \text{ ms}^{-2}$  su una strada dove il traffico si muove a velocità costante di  $24 \text{ m s}^{-1}$ . Calcolare (1) quanto tempo impiega l'automobile a raggiungere tale velocità e (2) quanta strada viene percorsa in tale tempo.

(1) Poiché l'auto parte dal punto  $x_0 = 0$  da ferma, si pone  $v_0 = 0$  nelle equazioni di moto (2.6) e (2.7), per cui si ottiene:

$$t = \frac{v}{a} = \frac{24 \text{ ms}^{-1}}{2.5 \text{ ms}^{-2}} = 9.6 \text{ secondi.}$$

(2) Dalla (2.8) abbiamo:

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(2.5 \text{ ms}^{-2})(9.6 \text{ s})^2 = 115.2 \text{ metri.}$$



# Moti in 2-D e 3-D

L'estensione ai casi 2-D e 3-D si ottiene applicando le definizioni di velocità ed accelerazione alle singole componenti: il moto 2-D (3-D) e' la "sovrapposizione" di 2 (3) moti 1-D.

Posizione

$$\vec{s} = \vec{s}(t)$$

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

Velocità

$$\vec{v} = \vec{v}(t)$$

$$\begin{cases} v_x = v_x(t) \\ v_y = v_y(t) \\ v_z = v_z(t) \end{cases}$$

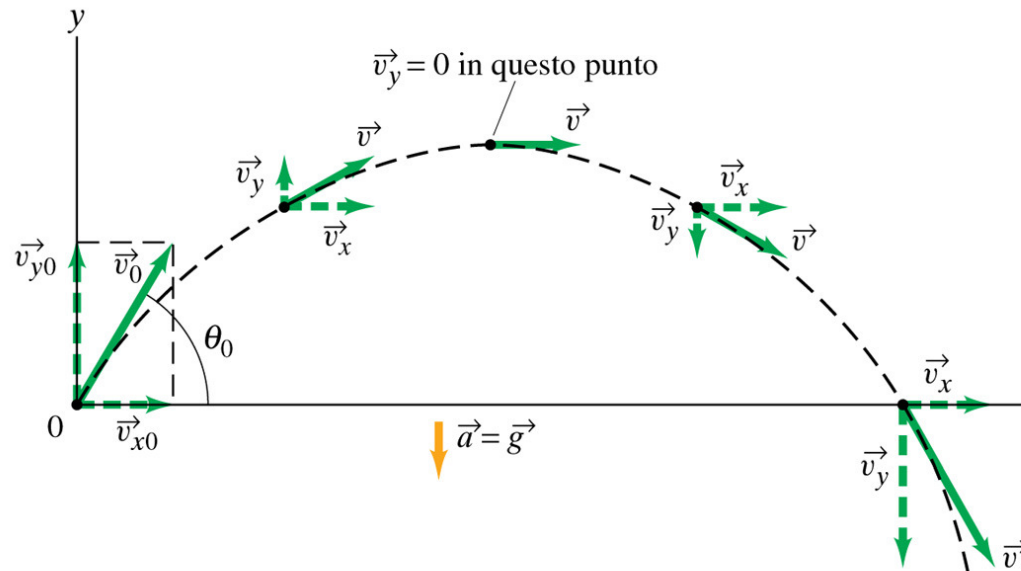
Accelerazione

$$\vec{a} = \vec{a}(t)$$

$$\begin{cases} a_x = a_x(t) \\ a_y = a_y(t) \\ a_z = a_z(t) \end{cases}$$

# Moti in 2-D: moto di proiettile in gravità

## Posizione



$$\vec{s} = \vec{s}(t)$$

$$\begin{aligned}x(t) &= x_0 + v_{x0}t \\y(t) &= y_0 + v_{y0}t + 1/2at^2 \\z(t) &= \text{cost}\end{aligned}$$

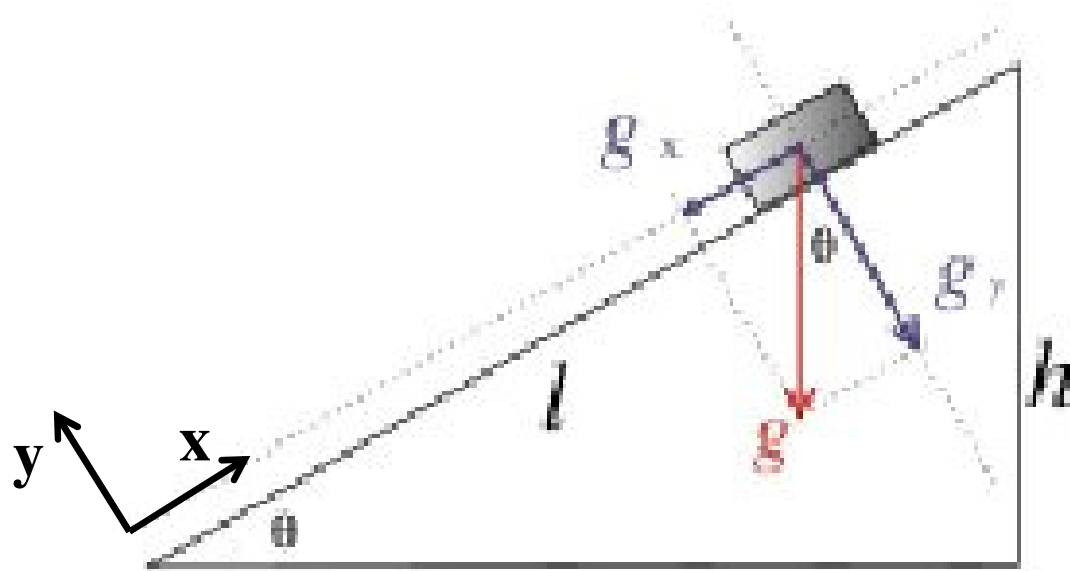
**x(t):** moto rettilineo uniforme con  $v_{x0} = v_0 \cos \theta_0$

**y(t):** moto rettilineo uniform. accelerato con  $v_{y0} = v_0 \sin \theta_0$  e  $a = -g$

eliminando la dip. da  $t$  si ricava l'equazione della traiettoria ( $y_0 = x_0 = 0$ ):

$$y(x) = \text{tg} \theta_0 x - [g / (2v_0^2 \cos^2 \theta_0)] x^2 \rightarrow \text{moto "parabolico"}$$

# Moti in 2-D: moto su piano inclinato



Tipica scelta del sistema di riferimento:

- asse  $x$  // piano inclinato
- asse  $y$   $\perp$  piano inclinato

$$g_x = g \cdot \sin\theta$$

$$g_y = g \cdot \cos\theta$$

Nella coordinata  $x$  lungo il piano inclinato:

$x(t) \rightarrow$  moto uniformemente accelerato con  $a = -g_x = -g \cdot \sin\theta$

Nella coordinata  $y$  perpendicolare al piano inclinato:

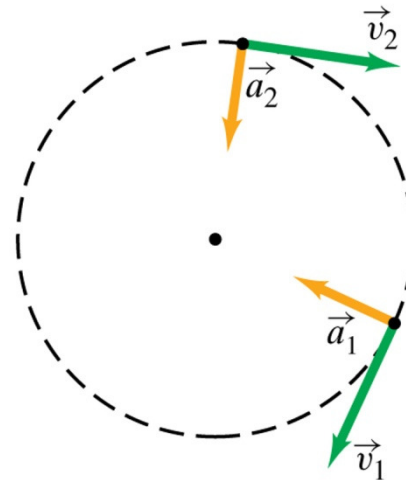
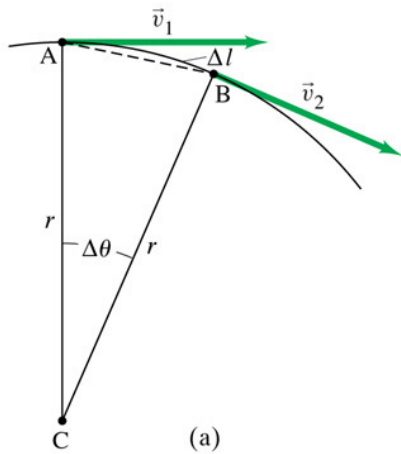
$y(t) = \text{costante} = 0 \text{ m}$  (con la tipica scelta del sistema di riferimento)

**NB:** la posizione nello spazio 2-D è univocamente determinata da quella lungo il piano inclinato (es.  $h = h(x) = x \cdot \sin\theta$ ): equivalenza con un moto 1-D



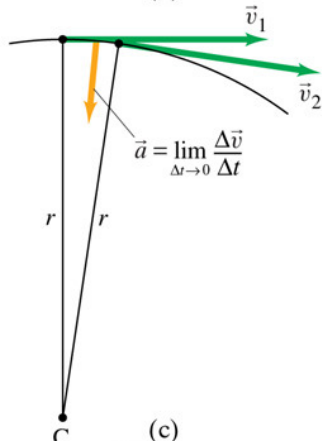
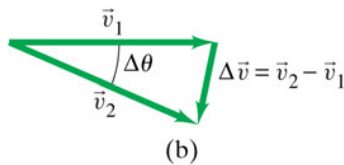


# Moti in 2-D: moto circolare ed uniforme



**Velocità angolare:**  
 $\omega = \Delta\theta/dt$  (in rad/s)

$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$   
 $T = \text{periodo}, \nu = \text{frequenza}$   
 moto uniforme  $\rightarrow \omega = \text{cost.}$



Fisica  
copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

**Velocità tangenziale (modulo):**

$v = \omega r$  (in m/s, Km/h..)  
 $\omega = \text{costante} \rightarrow v = \text{costante}$

**Accelerazione centripeta (modulo):**

$a = v^2/r = \omega^2 r$  (in m/s<sup>2</sup>)  
 $v = \text{costante} \rightarrow a = \text{costante}$





## Esercizi (I)

- E1)** Una pallina si muove di moto uniformemente accelerato a partire dall'origine con una velocità iniziale  $v_0 = 21 \text{ m/s}$  ed una accelerazione  $a = 4 \text{ m/s}^2$ . Calcolare lo spazio percorso dalla pallina al tempo  $t = 18 \text{ s}$ .
- E2)** Calcolare le velocità della pallina dell'esercizio precedente ai tempi  $t_1 = 11 \text{ s}$  e  $t_2 = 15 \text{ s}$ .
- E3)** Un sasso lasciato cadere dalla cima di un edificio giunge al suolo dopo  $4 \text{ s}$ . Trovare la velocità del sasso al momento dell'impatto e l'altezza dell'edificio.
- E4)** Un'auto accelera da  $0$  a  $100 \text{ km/h}$  in  $5$  secondi con accelerazione  $a$  costante. Quale è il valore di  $a$  in unità di  $g$ ? ( $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ).
- E5)** Un'auto viaggia verso di noi con velocità costante di  $90 \text{ km/h}$ . Se a  $t_0 = 0$  si trova da noi a  $750 \text{ m}$ , dopo quanto tempo ci passerà davanti?
- E6)** Una particella, avente velocità  $v_0 = 300 \text{ m/s}$ , passa attraverso un dispositivo di accelerazione lungo  $3.5 \text{ m}$  e in cui subisce una accelerazione pari a  $10^4 \text{ m/s}^2$ . Quale sarà la velocità della particella all'uscita del dispositivo?



## Esercizi (II)

### Es. 2.2 (HRW)

Il primato mondiale di velocità per biciclette stabilito nel 1992 fu misurato su una lunghezza di 200 m percorsi in un tempo di 6.509 s.

Nel 2001 tale primato fu superato di ben 19 Km/h.

Che tempo fu impiegato per percorrere la lunghezza di 200 m?

### Es. 2.13 (HRW)

In un certo istante una particella ha velocità di 18 m/s diretta verso l'asse x positivo e 2.4 s più tardi la sua velocità è di 30 m/s in verso opposto.

Quale è stata la sua accelerazione costante durante questo lasso di tempo?

### Es. 2.22 (HRW)

Un pilota collaudatore si trova su una slitta a reazione alla velocità di 1020 Km/h. La slitta viene frenata fino all'arresto in 1.4 sec.

Che accelerazione, espressa in unità di g ( $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ), subisce il pilota?

### Es. 2.24-a (HRW)

I freni di un'auto sono in grado di realizzare un'accelerazione (negativa) di modulo pari a  $5.2 \text{ m/s}^2$ . Se si viaggia alla velocità di 137 Km/h e si avvista un posto di controllo della polizia stradale, quale è il tempo minimo entro il quale è possibile portare la velocità dell'auto al limite di 90 Km/h?

Quanto spazio si percorre in questo intervallo di tempo?



## Esercizi (III)

### Es. 2.32 (HRW)

Da una nuvola situata a un'altitudine di 1700 m sopra la superficie terrestre cadono gocce di pioggia. Se non fossero rallentate dalla resistenza dell'aria, a che velocità arriverebbero al suolo? Sarebbe prudente uscire all'aperto durante un temporale?

### Es. 2.34 (HRW)

Un armadillo spaventato fa un balzo verso l'alto elevandosi in modo da transire all'altezza di 0.544 m dopo 0.2 s. (a) Quale era la sua velocità iniziale? (b) Quale è la sua velocità a quell'altezza dal suolo? (c) Quale è la massima altezza raggiunta?

### Es. 2.55 (HRW)

Per studiare gli effetti di intense accelerazioni sul corpo umano si usa una slitta a razzo che scorre su un binario rettilineo. Tale slitta può raggiungere una velocità di 1600 Km/h da ferma in 1.8 s. Si trovi: (a) l'accelerazione (assunta costante) in unità di g; (b) la distanza percorsa in tale tempo.

### Es. 2.66 (HRW)

Un "batter d'occhio" dura circa 100 ms. Per quanto spazio vola un caccia MIG-25, alla velocità di 3400 Km/h, durante un battito di ciglia del pilota?



# Esercizi (IV)

## Es. 4.13 (HRW)

Un proiettile viene sparato orizzontalmente da un'arma posta a 45 m di altezza sopra un terreno orizzontale. La sua velocità alla bocca dell'arma è di 250 m/s. (a) Per quanto tempo rimane in aria? (b) A che distanza orizzontale dalla bocca andrà a colpire il terreno? (c) Quale sarà la componente verticale della sua velocità quando colpisce il terreno?

## Es. 4.16 (HRW)

Una pallina rotola orizzontalmente cadendo fuori dal bordo di un tavolo alto 1.2 m sul pavimento, sul quale va a battere in un punto alla distanza orizzontale di 1.52 m dal bordo del tavolo. (a) Per quanto tempo è rimasta in aria la pallina? (b) Quale era la sua velocità all'istante in cui ha lasciato il tavolo?

## Es. 5.2 (GIA)

Un aereo che viaggia a 1890 Km/h esce da una picchiata muovendosi lungo un arco di circonferenza di raggio 6 Km. Qual'è la sua accelerazione espressa in unità di  $g$ ?

## Es. 5.9 (GIA)

Un attrezzo per addestrare astronauti e piloti di aerei è progettato per far ruotare gli allievi su una circonferenza orizzontale di raggio 12 m. Se l'accelerazione risentita dall'allievo è pari a  $7.85 g$ , a che velocità sta ruotando? Esprimere il risultato sia in m/s che in giri/s.

